Handout til forelesning om derivasjon

Kjell Arne Brekke

2011

1 Inledning

Dette notatet er noen begreper og noen oppgaver som kan hjelpe deg til å forberede deg til forelesningene om derivasjon. Om du **prøver** å regne deg gjennom disse oppgavene vil det være mye lettere å følge med på det som blir gjennomgått på forelesningen. Men ikke bli motløs om du finner det vanskelig, vi skal gå gjennom dette på forelesningen.

2 Stigningstallet til en rett linje

For rette linjer er det lett å regne ut stigningstallet, se avsnitt 3.4 i læreboka.

Jeg minner om at når en rett linje går gjennom punktene

$$(x_0, y_0) \text{ og } (x_1, y_1)$$

er stigningstallet

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Stigningstallet forteller hvor mye y vokser når x vokser en enhet.

3 Stigningtallet til en sekant

Ta funksjonen

$$f(x) = x^2$$

som eksempel. Vi vil regne ut stigningstallet til tangenten til denne funksjonen i punktet $x = x_0 = 1$.

Først regner vi ut

$$y_0 = f(x_0) = x_0^2 = 1^2 = 1$$

På samme måte kan vi regne ut

$$y_1 = f(x_1) = x_1^2$$

Oppgave 1 *Regn ut y_1 for følgende verdier av x_1 : $x_1 = 2$, $x_1 = 1,1$, $x_1 = 1,01$, og $x_1 = 1,001$. For hvert av tilfellene, regn ut stigningstallet for linja gjennom (x_0, y_0) og (x_1, y_1). Hva tror du blir stigningstallet til tangenten? (Se begynnelsen av avsnitt 5.2 i boka)*

4 Økonomisk tolkning

I økonomi vil vi ofte omtale den deriverte som endringen som skyldes den siste enheten. For eksempel: om $f(x)$ er kostnaden ved å produsere en vare, der x er antall enheter produsert, vil den deriverte tolkes som kostnaden ved å produsere en enhet til. Anta nå at vi måler x i tusen. ($x = 1$ betyr at det produseres 1000 enheter.) Kostnaden måles i 1000 kroner.

Oppgave 2 *Om bedriften alt produserer 1000 enheter, hva koster det å produsere en enhet til? Bruk beregningene du alt har gjort til å svare.*

5 Den deriverte

Stigningstallet til tangenten kaller vi den deriverte, og skriver det som $f'(x)$. I læreboka avsnitt 5.6 (og på forelesning) finner vi potensregelen for derivasjon. Denne forteller oss hva den deriverte blir dersom funksjonen er en potensfunksjon.

$$\text{Dersom } f(x) = x^a \text{ så er } f'(x) = ax^{a-1}$$

Funksjonen vi så på ovenfor, $f(x) = x^2$ er en potensfunksjon; om vi velger $a = 2$ så blir $x^a = x^2$.

Oppgave 3 *Prøv å bruke potensregelen til å finne $f'(x)$ når $f(x) = x^2$. Regn ut verdien av $f'(x_0)$ for $x_0 = 1$. Hvordan samsvarer dette med det du fant i den første oppgaven?*

6 Voksende og avtagende

Et sentralt begrep i fortsettelsen er om funksjoner er voksende eller avtagende, dette diskuteres i avsnitt 5.3.

Oppgave 4 *Basert på regnestykkene ovenfor* ***tror*** *du at funksjonen $f(x) = x^2$ er voksende eller avtagende i et lite intervall rundt $x_0 = 1$? (For eksempel intervallet [0.9,1.1])*